



Provas de Acesso ao Ensino Superior

Para Maiores de 23 Anos

Candidatura de 2022

EXAME DE MATEMÁTICA

Tempo para a realização da prova: 2 horas

Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **A Parte I** inclui 10 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
 - Se apresentar mais do que uma resposta ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.
 - Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.
 - Escreva na folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta.

- **A Parte II** inclui 4 questões de resposta aberta.
 - Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.
 - Nas aproximações numéricas, quando necessárias, deve ser usada a aproximação às centésimas.
 - A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1.	0,7
2.	0,7
3.	0,7
4.	0,7
5.	0,7
6.	0,7
7.	0,7
8.	0,7
9.	0,7
10.	0,7
TOTAL DA PARTE I	7
PARTE II	
1.1.....	1,0
1.2.....	1,3
1.3.....	0,9
2.1.....	0,7
2.2.....	1,3
2.3.....	0,6
3.1.....	1,9
3.2.....	1,4
4.1.....	1,0
4.2.....	1,0
4.3.....	1,9
TOTAL DA PARTE II	13
TOTAL DA PROVA	20

FORMULÁRIO

NÚMEROS

Valor aproximado de pi: $\pi \approx 3,14159$

GEOMETRIA

Perímetro do círculo: $P = 2\pi r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $A = \text{Base} \times \text{Altura}$

Losango: $A = \frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $A = \text{Altura} \times \frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2}$

Polígono Regular: $A = \frac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{Altura}$

Círculo: $A = \pi r^2$, sendo r a medida do raio do círculo

Volumes

Prisma e cilindro: $V = \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $V = \frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

$$\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$$

$$\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$$

Parte I

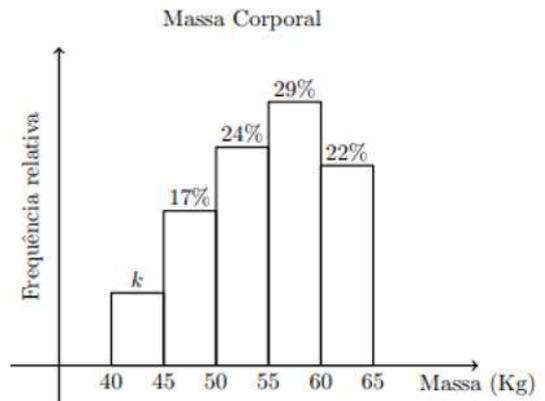
1. O histograma da figura ao lado representa a distribuição da massa corporal de um grupo de alunos.

A frequência relativa da classe $[40,45[$ está representada, em percentagem, por k .

Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos do grupo.

Qual é a probabilidade de a sua massa corporal ser inferior a 45 kg?

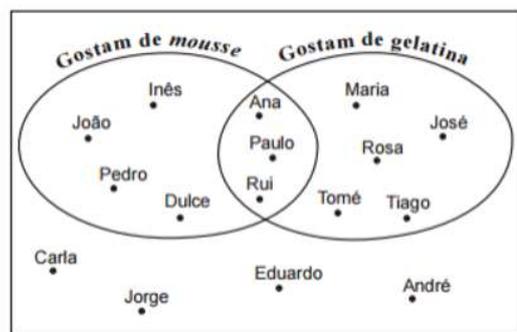
- A) 6% B) 7%
C) 8% D) 9%



2. Na festa de anos do Miguel, perguntou-se aos 16 convidados se gostavam de mousse de chocolate e se gostavam de gelatina.

No diagrama ao lado, está representada a distribuição dos convidados da festa de anos do Miguel, de acordo com as respostas dadas.

Escolhe-se, ao acaso, um dos convidados que gostam de gelatina. Qual é a probabilidade de esse convidado também gostar de mousse de chocolate?



- A) 25% B) 37,5%
C) 50% D) 62,5%

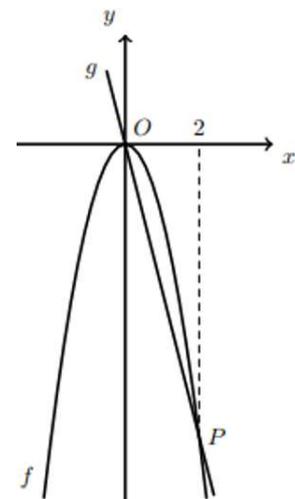
3. Na figura ao lado estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções, f e g .

Sabe-se que:

- O ponto O é a origem do referencial;
- O gráfico da função g é uma reta que passa na origem do referencial;
- A função f é definida por $f(x) = -2x^2$;
- O ponto P pertence ao gráfico da função f e ao gráfico da função g e tem abcissa igual a 2;

Qual das expressões seguintes pode ser a expressão analítica de $g(x)$?

- A) $-4x$ B) $-2x$
C) $-2x - 4$ D) $-4x - 2$



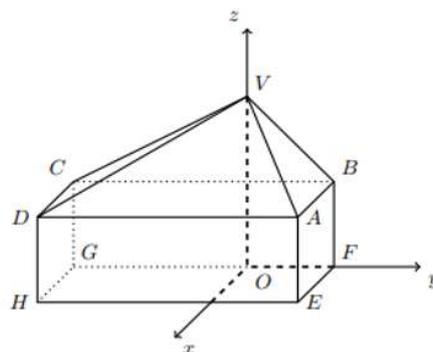
4. Considere as funções $f(x) = (x + 1)^{-1}$ e $g(x) = f(x + a) + k$, com $a, k \in \mathbb{R}$. Sabe-se que as retas de equações $x = -2$ e $y = 2$ são assíntotas do gráfico de g .

Quais são os valores de a e de k ?

- A) $a = 1$ e $k = -2$ B) $a = -1$ e $k = 2$
C) $a = -1$ e $k = -2$ D) $a = 1$ e $k = 2$

Parte II

1. Na figura ao lado está representado, em referencial ortonormado $Oxyz$, um sólido formado por um paralelepípedo retângulo $[ABCDHEFG]$ e por uma pirâmide $[ABCDV]$.



- O ponto V tem coordenadas $(0,0,3)$.
- O ponto A tem coordenadas $(1,1,1)$.
- A base $[EFGH]$ do paralelepípedo está contida no plano Oxy .
- A base da pirâmide $[ABCD]$ coincide com a face superior do paralelepípedo.
- A aresta $[GF]$ está contida no eixo Oy .
- A superfície esférica de equação $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 11$ contém o ponto G .

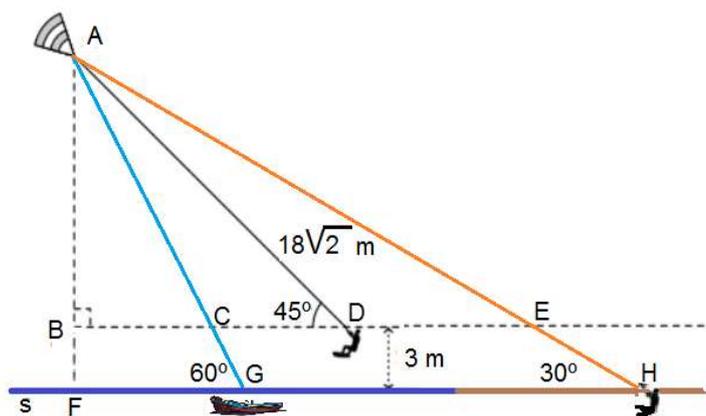
1.1 Determine a medida do comprimento do segmento de reta $[GE]$.

1.2 Verifique que o ponto H tem coordenadas $(1,-2,0)$.

1.3 Calcule a área do pentágono $[VCGFB]$.

2. O João pratica *kitesurf*, desporto aquático em que se usa uma prancha e uma asa (semelhante a um paraquedas) comandada através de cabos.

A figura ao lado é um esquema, que representa o instante em que o João se encontra elevado em relação à superfície da água (ponto D) e se avista um barco na posição G , bem como o Carlos, amigo do João, que o observa na praia, na posição H .



Relativamente ao esquema, que não está desenhado à escala, sabe-se que:

- A reta s representa a superfície da água e parte da praia;
- O segmento de reta $[AD]$ representa um dos cabos que liga a asa ao João;
- As retas BE e s são paralelas;
- O ponto D pertence à reta BE ;
- O ponto C é a interseção da reta BE com a reta AG ;
- A distância do ponto B à reta s é três metros;
- $\overline{AD} = 18\sqrt{2}$ m;
- $\widehat{CBA} = 90^\circ$, $\widehat{AGF} = 60^\circ$, $\widehat{ADB} = 45^\circ$ e $\widehat{AHF} = 30^\circ$.

2.1 Mostre que a distância do ponto A à reta s é 21 metros.

2.2 Calcule a distância entre o barco e o Carlos, ou seja, a distância do ponto G ao ponto H .

2.3 Determine \overline{CG} .

3. Considere a função

$$f(x) = 4 - \frac{4}{x+2}.$$

3.1 Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $f(x) \geq 3$. Apresente a sua resposta, utilizando a notação de intervalos de números reais.

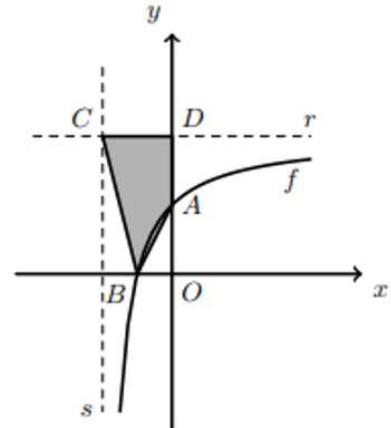
3.2 Na figura ao lado estão representados, num referencial ortonormado Oxy :

- Parte do gráfico da função f ;
- As retas r e s assíntotas do gráfico de f ;
- O quadrilátero $[ADCB]$.

A e B são os pontos de interseção do gráfico da função f com os eixos coordenados.

C é o ponto de interseção das retas r e s .

D é o ponto de interseção da reta r com o eixo Oy .



Determine a área do quadrilátero $[ADCB]$.

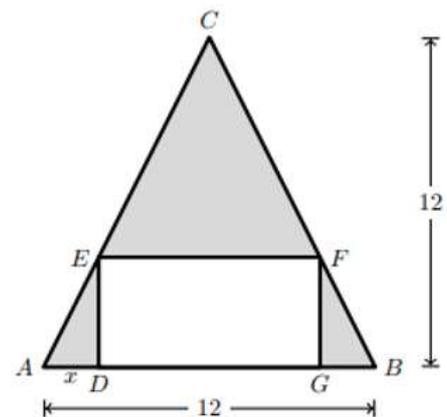
4. A figura ao lado representa o projeto de um canteiro com a forma de um triângulo isósceles ($\overline{AC} = \overline{BC}$).

Nesse triângulo, a base $[AB]$ e a altura relativa a esta base medem ambas 12 metros.

O canteiro vai ter uma zona retangular, destinada à plantação de flores, e uma zona relvada, representada a sombreado na figura.

O lado $[DG]$ do retângulo está contido em $[AB]$ e os vértices E e F pertencem a $[AC]$ e a $[BC]$, respectivamente.

Seja x a distância, em metros, do ponto A ao ponto D . Sabe-se que $x \in [0,6]$.



4.1 Mostre que a área, em metros quadrados, da zona relvada é dada, em função de x , por

$$S(x) = 4x^2 - 24x + 72$$

4.2 Determine, sem recorrer à função derivada, o valor de x para o qual a área da zona relvada é mínima e calcule essa área.

4.3 Determine o conjunto dos valores de x para os quais a área da zona relvada é superior a 40 m^2 . Apresente a sua resposta, utilizando a notação de intervalos de números reais.

FIM