+

	Provas de Acesso ao Ensino Superior **Para Maiores de 23 Anos** **Candidatura de 2024**

EXAME DE MATEMÁTICA

Tempo para a realização da prova: 2 horas
Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **A Parte I** inclui 10 questões de escolha múltipla.

– Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.

– Se apresentar mais do que uma resposta, ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.

– Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.

– Escreva na folha de respostas o número de cada questão, indicando **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta, como se mostra a seguir, caso na questão 1 tenha selecionado a opção A.

Exemplo: 1. (A)

- **A Parte II** inclui 3 questões de resposta aberta.

– Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.

– Apresente os resultados de forma exata, na sua forma mais simplificada, sem usar aproximações decimais.

– A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1.	0,7
2.	0,7
3.	0,7
4.	0,7
5.	0,7
6.	0,7
7.	0,7
8.	0,7
9.	0,7
10.	0,7
TOTAL DA PARTE I	**7**
PARTE II	
1.1..	0,7
1.2..	1,8
1.3..	1,9
1.4..	1,6
2.1..	0,7
2.2..	1,1
2.3..	0,5
2.4..	0,6
2.5..	0,6
3.1..	0,3
3.2..	1,4
3.3..	0,9
3.4..	0,9
TOTAL DA PARTE II	**13**
TOTAL DA PROVA	**20**

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Perímetro do círculo**:** $P = 2\pi r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $A = Base \times Altura$

Losango: $A = \frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $A = Altura \times \frac{Base\ maior + Base\ menor}{2}$

Polígono Regular: $A = \frac{Perímetro}{2} \times Altura$

Círculo: $A = \pi r^2$, sendo r a medida do raio do círculo

Volumes

Prisma e cilindro: $V = Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $V = \frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

$$sen^2(x) + cos^2(x) = 1; \qquad tg(x) = \frac{sen\,(x)}{cos\,(x)}$$

PROGRESSÕES

Progressão aritmética

Termo geral: $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. a.: $S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica

Termo geral: $u_n = u_1 \times r^{n-1}$

Soma dos *n* primeiros termos consecutivos da p. g.: $S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Parte I

1. Na figura ao lado está representado um quadrado constituído por nove quadrados iguais. Nesse quadrado, podem considerar-se três filas horizontais e três filas verticais. Escolhe-se, ao acaso, uma fila horizontal ou vertical e multiplicam-se os três números dessa fila. Qual é a probabilidade do produto obtido ser um número primo?

1	2	1
3	1	5
1	7	1

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{3}{6}$

2. A comissão organizadora de um arraial fez 250 rifas para um sorteio. Apenas uma dessas rifas é premiada. As rifas foram todas vendidas. A Alice comprou algumas rifas. Sabe-se que a probabilidade da Alice ganhar o prémio é $\frac{1}{25}$. Quantas rifas comprou a Alice?

A) 25 B) 10 C) 5 D) 1

3. Seja g uma função contínua, de domínio $\mathbb{R}$. Qual dos seguintes conjuntos não pode ser o contradomínio da função g?

A) $]0,2[$ B) $\mathbb{R}$ C) $\mathbb{R}^-$ D) $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

4. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = \begin{cases} |x+1|-3 & se \quad x<0 \\ (x-1)^2+1 & se \quad x \geq 0 \end{cases}$. Quantas soluções tem a equação $g(x) = -1$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

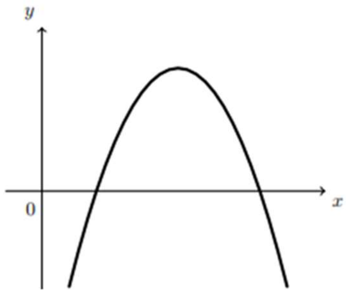
5. Considere $p(x) = a|x+2| + h$. Sabendo que $p(x) < 5$ tem conjunto solução $\mathbb{R}$, o que podemos afirmar sobre os valores de a e de h?

A) $a > 0 \wedge h > 5$ B) $a > 0 \wedge h < 5$ C) $a < 0 \wedge h > 5$ D) $a < 0 \wedge h < 5$

6. Na figura ao lado está representada parte de uma parábola que é o gráfico de uma certa função g, de domínio $\mathbb{R}$.
Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = g(x)(x+3)(x^2+1).$$

Qual pode ser o conjunto dos zeros da função h?



A) {-1,1,3,4} B) {-3,1,4}

C) {-3,2,3,5} D) {-1,-3,4}

7. Considere, num referencial *o.n. xOy*, a região definida pela condição
$$(x+1)^2+(y+1)^2 \leq 1 \ \wedge x+y+2 \geq 0.$$
Qual é o perímetro dessa região?

A) $\pi+1$ B) $\frac{\pi}{2}+1$ C) $\pi+2$ D) $\frac{\pi}{2}+2$

8. Considere uma progressão geométrica não monótona u_n.
Sabe-se que $u_3=-\frac{1}{24}$ e que $u_4=4u_6$.
Qual das seguintes opções é o termo geral de u_n ?

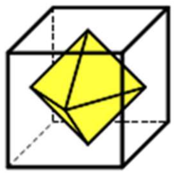
A) $\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ B) $-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ C) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ D) $-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

9. De uma progressão aritmética sabe-se que o quarto termo é igual a 15 e que a soma dos cinco primeiros termos é igual a 55.

Qual é a ordem do termo que tem como valor 27?

A) 4.º B) 5.º C) 6.º D) 7.º

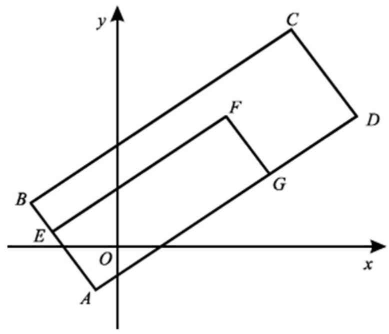
10. Na figura ao lado estão representados um cubo e um octaedro. Os vértices do octaedro são os centros das faces do cubo. A razão entre o volume do octaedro e o volume do cubo é:



A) 6 B) $\frac{1}{6}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$

Parte II

1. Na figura ao lado estão representados, num referencial *o.n.* xOy, dois paralelogramos semelhantes [$ADCB$] e [$AGFE$].



Sabe-se que:

- O ponto A tem coordenadas $(-1,-2)$;
- O ponto B tem coordenadas $(-4,2)$;
- O ponto C tem coordenadas $(8,10)$;
- $\overline{AF} = 10$

1.1. Mostre que o paralelogramo [$ADCB$] não é um retângulo.

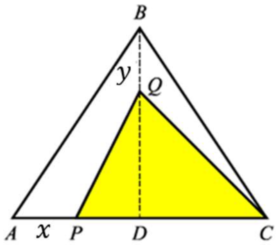
1.2. Determine as coordenadas do ponto D e as coordenadas do ponto F.

1.3. Defina, analiticamente, a região do plano que tem como fronteira o triângulo [ACB].

1.4. Suponha que, num dado instante, dois pontos partem de A e deslocam-se, um sobre a semirreta $\dot{A}B$ e outro sobre a semirreta $\dot{A}C$. Admita que a unidade do referencial é o centímetro e que qualquer dos pontos percorre cada centímetro num minuto.

A que distância, um do outro, encontram-se os dois pontos, cinco minutos depois de iniciarem o seu deslocamento?

2. Na figura ao lado está representado um triângulo isósceles [ACB], com $\overline{AB} = \overline{BC}$.



Sabe-se que:

- [BD] é a altura do triângulo [ACB], relativa ao lado [AC];
- $\overline{BD} = 6$ e $\overline{AC} = 8$.
- $\overline{AP} = x$ e $\overline{QB} = y$.

Considere que um ponto Q se desloca sobre o [DB], nunca coincidindo com D, e que um ponto P se desloca sobre [AC].

Seja w a função que, a cada valor de x, faz corresponder a área do triângulo [PCQ].

2.1. Mostre que ponto D é o ponto médio de [AC].

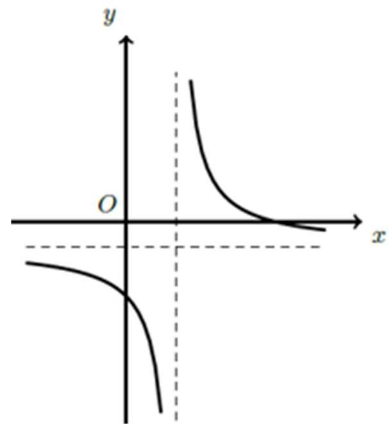
2.2. Para $x = 1$, determine y de modo que as retas AB e PQ sejam paralelas.

2.3. Para $y = x$, determine $w(5)$.

2.4. Qual é o domínio e qual é o contradomínio da função w?

2.5. Calcule a área do triângulo [BPQ].

3. Na figura ao lado estão representados, num referencial *o.n. xOy*, parte da hipérbole que é o gráfico da função
$$f(x) = \frac{36 - x}{x - 2}$$



3.1. Justifique, sem resolver a equação, que existe pelo menos um valor k, tal que a equação $f(x) = k$ é impossível.

3.2. Determine o conjunto solução, usando a notação de intervalos de números reais, da inequação
$$f(x) \leq \frac{4 - x}{x + 2}.$$

3.3. Seja $g(x) = x^2$. Determina o conjunto solução de $(f \circ g)(x) = x + 6$.

3.4. Seja r o valor que anula $f(x)$. Considera uma reta m que contém os pontos $(0, f(0))$ e $(r, 0)$. Determine a equação reduzida da reta perpendicular a m que contém a origem do referencial.

FIM