Provas de Acesso ao Ensino Superior
Para Maiores de 23 Anos

Candidatura de 2021

Exame de Matemática

Tempo para realização da prova: 2 horas
Tolerância: 30 minutos

Material admitido: *material de escrita e uma calculadora científica sem capacidade gráfica*

A prova é constituída por duas partes, designadas por Parte I e Parte II.

- **<u>A Parte I</u>** inclui 7 questões de escolha múltipla.

– Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.

– Se apresentar mais do que uma resposta ou se a resposta for ilegível, a questão será anulada.

– Não apresente cálculos nem justificações neste grupo de questões.

– Na folha de respostas, para cada questão, indique o número da mesma e **apenas a letra** correspondente à alternativa que considera correta.

- **<u>A Parte II</u>** inclui 6 questões de resposta aberta.

– Nas questões desta parte, apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações que considerar necessárias.

– Nas aproximações numéricas, quando necessárias, deve ser usada a aproximação às centésimas.

– A avaliação incidirá sobre a qualidade das justificações e tipo de cálculos apresentados, para além do grau de acerto atingido, por cada resposta dada.

GRELHA DE COTAÇÃO DA PROVA

QUESTÕES	COTAÇÃO (valores)
PARTE I	
1. …………………………………………………………………………………..	1
2. …………………………………………………………………………………..	1
3. …………………………………………………………………………………..	1
4. …………………………………………………………………………………..	1
5. ……………………………………………………………………………………	1
6. ……………………………………………………………………………………	1
7. ……………………………………………………………………………………	1
TOTAL DA PARTE I	**7**
PARTE II	
1.1……………………………………………………………………………………	1,6
1.2……………………………………………………………………………………	0,8
1.3……………………………………………………………………………………	0,6
2.1……………………………………………………………………………………	0,8
2.2……………………………………………………………………………………	0,4
2.3……………………………………………………………………………………	0,3
3.1…………………………………………………………………………………….	1,2
3.2…………………………………………………………………………………….	0,9
3.3…………………………………………………………………………………….	0,7
4.1 …………………………………………………………………………………….	0,9
4.2……………………………………………………………………………………	0,6
4.3……………………………………………………………………………………	1,1
5.1……………………………………………………………………………………	1,4
5.2 …………………………………………………………………………………….	0,5
6 ……………………………………………………………………………………….	1,2
TOTAL DA PARTE II	**13**
TOTAL DA PROVA	**20**

FORMULÁRIO

NÚMEROS

Como valor aproximado de π use 3,14159

GEOMETRIA

Perímetro do círculo**:** $2\ \pi\ r$, sendo r a medida do raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ Menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono Regular: $\frac{Perímetro}{2} \times Altura$

Círculo: $\pi\ r^2$, sendo r a medida do raio do círculo

Área lateral do cone: $\pi\ r\ g$, sendo r a medida do raio da base do cone e g a sua geratriz

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$, sendo r a medida do raio da esfera

ÁLGEBRA

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

$$sen^2(x) + cos^2(x) = 1$$

$$tg(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$$

Parte I

1. Uma variável aleatória contínua X tem uma distribuição normal de valor médio 75.

   Sabe-se que $P(75 \leq X \leq 90) = 0{,}3$.

   Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

   A) $P(X \geq 100) = 0{,}2$

   B) $P(60 \leq X \leq 75) = 0{,}35$

   C) $P(X \leq 65) > 0{,}2$

   D) $P(X \leq 50) > 0{,}2$

2. Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $]-\infty, 2[$.

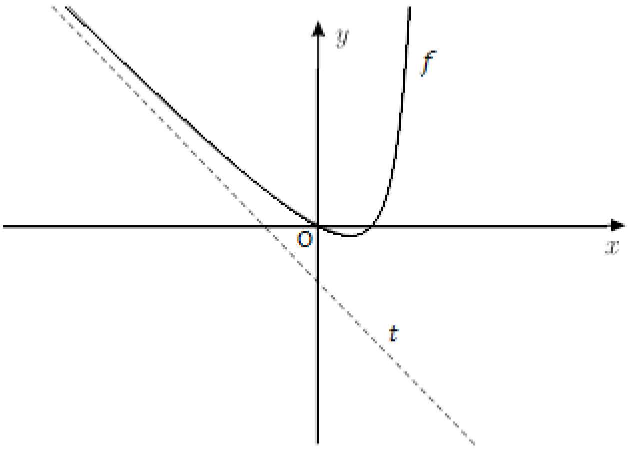

Figura 1

A reta t, de equação $y = -x - 1$, é assintota do gráfico de f quando x tende para $-\infty$.

Qual é o valor do seguinte limite?

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) + x + 1)$$

A) -1

B) 0

C) 1

D) $+\infty$.

3. Na figura 2, está representada, num referencial o. n. *xOy*, parte do gráfico de uma função polinomial f de grau 3, de domínio $\mathbb{R}$.

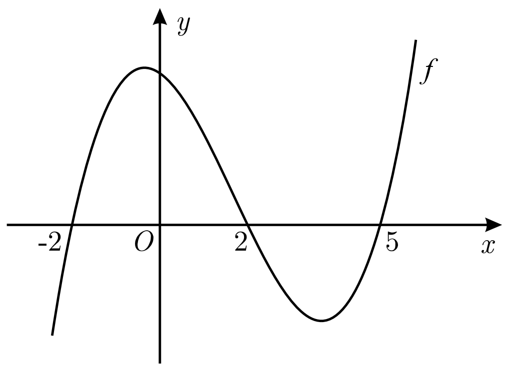

Figura 2

Sabe-se que que:

- -2, 2 e 5 são zeros de f;
- f' representa a função derivada de f.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

A) $f'(0) \times f'(6) = 0$

B) $f'(-3) \times f'(6) < 0$

C) $f'(-3) \times f'(0) > 0$

D) $f'(0) \times f'(6) < 0$

4. Sabe-se que P(4, 511) pertence ao gráfico da função $g(x) = 2^{\frac{kx}{3}} - 1$, com $k \in \mathbb{R}$.

Qual é o valor de k ?

A) $\frac{2}{9}$

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{27}{4}$

D) $\frac{27}{16}$

5. Se $log_3 y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\, log_3\, x$, para $x > 0$, então

A) $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x^3}}{3}}$

B) $y = \sqrt{3} \times \sqrt[4]{x^3}$

C) $y = \sqrt{\frac{x^3}{3}}$

D) $y = \sqrt{3x^3}$

6. Aumentou-se um terreno quadrado em 4 metros segundo umas das suas dimensões, obtendo-se como resultado um retângulo com 192 m^2 de área. Se pretendermos determinar o comprimento do lado do quadrado inicial, a equação que nos permite obter este valor é:

A) $x^2 + 4 = 192$

B) $(x + 4)^2 = 192$

C) $2x + 4 = 192$

D) $x\,(x + 4) = 192$

7. Um torneio de futebol de salão disputado em uma volta tem um total de 66 jogos. Quantas equipas entraram?

A) 12

B) 23

C) 17

D) 33

Parte II

1. Na figura 3, está representada, num referencial o. n. *xOy*, parte do gráfico da função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 4\cos(2x)$.

Sabe-se que:

- os vértices A e D do trapézio [ABCD] pertencem ao eixo *Ox* ;
- o vértice B do trapézio [ABCD] pertence ao eixo *Oy* ;
- o vértice D do trapézio [ABCD] tem abcissa $-\frac{\pi}{6}$;
- os pontos A e C pertencem ao gráfico de *f* ;
- a reta CD é paralela ao eixo *Oy*.

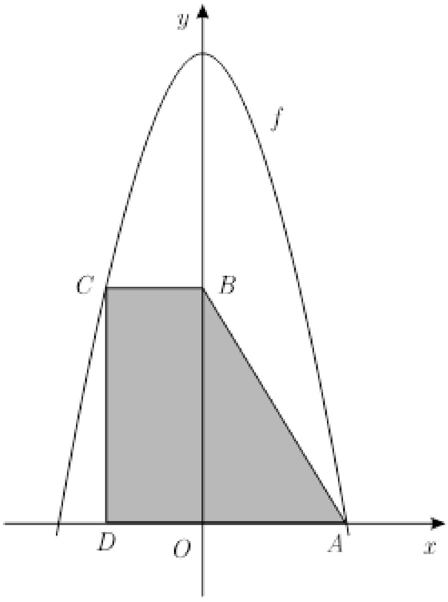

Figura 3

Resolva as alíneas seguintes recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

1.1 Determine o valor exato do perímetro do trapézio [ABCD].

1.2 Determine o valor exato da área do trapézio [ABCD].

1.3 Seja f' a primeira derivada da função f e seja f'' a segunda derivada da função *f*. Mostre que

$$2f(x) + f'(x) + f''(x) = -8\,(\cos(2x) + sen(2x)),$$

para qualquer número real *x*.

2. O lucro mensal de uma empresa, em milhares de euros, é dado pela função

$$l(x) = -x^2 + 10x - 16,$$

sendo x a quantidade de artigos vendidos.

Resolve, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, as seguintes alíneas.

2.1 Para que valores de x o lucro é nulo?

2.2 Que valor de x gera maior lucro para a empresa?

2.3 Determine o lucro mensal máximo que a empresa pode obter.

3. Na figura 4 estão representados dois quadriláteros: um quadrado [ABCD] cuja área é igual a 81 cm^2 e um quadrilátero [PQRS], onde:

$$\overline{AP} = \frac{1}{3}\,\overline{AB}$$

$$\overline{BQ} = \frac{1}{3}\,\overline{BC}$$

$$\overline{CR} = \frac{1}{3}\,\overline{CD}$$

$$\overline{DS} = \frac{1}{3}\,\overline{DA}$$

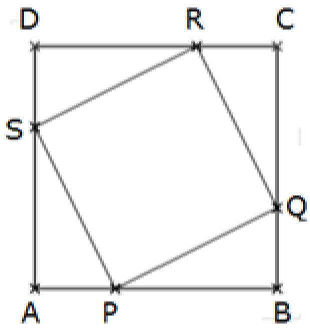

Figura 4

3.1 Mostre que [PQRS] é um quadrado.

3.2 Sendo N o ponto de interseção entre AC e PR, determine a medida do comprimento do segmento [PN].

3.3 Calcule a área do quadrado [PQRS].

4. Considere num referencial o. n. *xOy*, os pontos A(10, -8) e C(2, -4) e os vetores $\overrightarrow{AB}$ = (-1, 5) e $\overrightarrow{CD}$ = (3, -7).

Determine, sem usar valores aproximados:

4.1 As coordenadas de um vetor $\vec{u}$ perpendicular ao vetor $\overrightarrow{AB}$, tal que $||\vec{u}|| = 13$.

4.2 A equação vetorial da reta que passa pelo ponto B e é paralela à direção do vetor $\overrightarrow{CD}$.

4.3 Uma equação da circunferência que tenha [AM] por diâmetro, onde M é o ponto médio do segmento [AC].

5. Na figura 5 está representado um sólido que se pode decompor num cubo e num cone equilátero.

Sabe-se que:

- A base do cone equilátero está contida no plano EFG;
- As medidas dos comprimentos da altura do cone e da aresta do cubo são iguais;
- O ponto M, projeção do vértice V sobre o plano EFG, é centro da face [EFGH] do cubo;
- O volume total do sólido é igual a $27 + 3\pi$ cm^3.

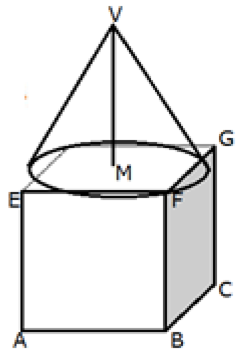

Figura 5

5.1 Mostre que a medida do comprimento da aresta do cubo é 3 cm e que a medida do comprimento do diâmetro da base do cone equilátero é $2\sqrt{3}$ cm.

5.2 Calcule a área lateral do cone equilátero.

6. Lança-se uma moeda viciada cuja probabilidade de sair cara é de 2/3 e a probabilidade de sair coroa é de 1/3. Se após o lançamento surgir cara, então seleciona-se aleatoriamente um número do conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, se surgir coroa, seleciona-se aleatoriamente um número do conjunto {1, 2, 3, 4, 5}. Determine a probabilidade de ser selecionado um número par.

FIM